

## ☞ Corrigé du baccalauréat S Centres étrangers 8 juin 2016 ☞

### Exercice 1

Commun à tous/toutes les candidats/e/s

4 points

#### Affirmation 1

Soit  $M$  la variable aléatoire égale à la masse d'une baguette. Par hypothèse,  $M$  suit la loi normale de moyenne 200 et d'écart-type 10.

Il s'agit de vérifier si  $P(M > 187) > 0,9$ . La calculatrice donne

$$P(X \leq 187) \approx 0,0968$$

On en déduit :

$$P(X > 187) = 1 - P(X \leq 187) \approx 0,903$$

L'affirmation 1 est vraie.

#### Affirmation 2

La fonction cosinus est strictement décroissante sur  $[0, \frac{\pi}{2}]$ .

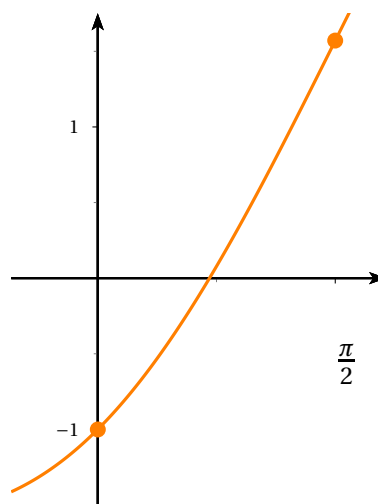
On en déduit que la fonction  $x \mapsto -\cos x$  est strictement croissante sur  $[0, \frac{\pi}{2}]$ .

La fonction  $f$  est alors strictement croissante sur  $[0, \frac{\pi}{2}]$  comme somme des fonctions  $x \mapsto x$  et  $x \mapsto -\cos x$ , strictement croissantes sur  $[0, \frac{\pi}{2}]$ . Elle est également continue sur  $[0, \frac{\pi}{2}]$ .

$$\text{On a par ailleurs } \begin{cases} f(0) = -1 \\ \text{et} \\ f(\frac{\pi}{2}) = \frac{\pi}{2} \end{cases}.$$

Puisque  $0 \in [-1, \frac{\pi}{2}]$ , on en déduit, d'après un corollaire du théorème des valeurs intermédiaires, que l'équation  $f(x) = 0$  admet une unique solution sur  $[0, \frac{\pi}{2}]$ .

L'affirmation 2 est vraie.



#### Affirmation 3

Déterminons l'intersection de  $\mathcal{D}_1$  et  $\mathcal{D}_2$  en résolvant le système  $(S)$  
$$\begin{cases} 1+2t = -5t'+3 \\ 2-3t = 2t' \\ 4t = t'+4 \end{cases} \quad (S)$$

$$(S) \Leftrightarrow \begin{cases} 2t+5t' = 2 \\ 3t+2t' = 2 \\ 4t-t' = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t' = 4t-4 \\ 2t+5(4t-4) = 2 \\ 3t+2(4t-4) = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t' = 4t-4 \\ 22t = 22 \\ 11t = 10 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} t' = 4t-4 \\ t = 1 \\ t = \frac{10}{11} \end{cases}$$

Puisque le système n'a pas de solution, alors les droites  $\mathcal{D}_1$  et  $\mathcal{D}_2$  ne sont pas sécantes :

L'affirmation 3 est fausse.

#### Affirmation 4

La droite  $\mathcal{D}_1$  est parallèle au plan  $\mathcal{P}$  si et seulement si un vecteur directeur de  $\mathcal{D}_1$  est orthogonal à un vecteur normal à  $\mathcal{P}$ .

$\mathcal{D}_1$  est dirigée par  $\vec{v} \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix}$  et un vecteur normal à  $\mathcal{P}$  est  $\vec{n} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\vec{v} \cdot \vec{n} = 2 \times 1 + (-3) \times 2 + 4 \times 1 = 0$ . Puisque  $\vec{v} \cdot \vec{n} = 0$ , alors  $\mathcal{D}_1$  est parallèle à  $\mathcal{P}$  :

L'affirmation 4 est vraie.

## Exercice 2

Commun à tous/toutes les candidat/e/s

6 points

### Partie A

1. a.

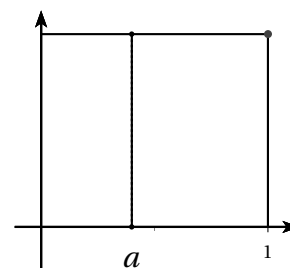
Dans la cas où  $f$  est une fonction constante strictement positive, on a :

$$A_1 = a \times f(0) \text{ u.a} \quad \text{et} \quad A_2 = (1-a) \times f(0) \text{ u.a}$$

Par suite :

$$A_1 = A_2 \iff a \times f(0) = (1-a) \times f(0) \iff 1-a = a \iff a = \frac{1}{2}$$

La condition (E) est remplie pour un unique réel.



b.

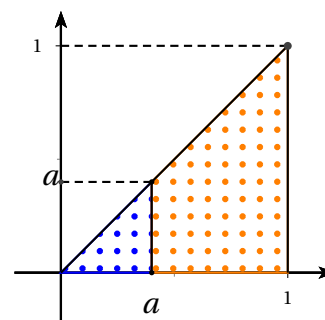
$A_1$  est l'aire d'un triangle rectangle,  $A_2$  celle d'un trapèze :

$$A_1 = \frac{a^2}{2} \text{ u.a} \quad \text{et} \quad A_2 = \frac{1}{2} - \frac{a^2}{2} \text{ u.a}$$

Par suite :

$$A_1 = A_2 \iff \frac{a^2}{2} = \frac{1}{2} - \frac{a^2}{2} \iff a^2 = \frac{1}{2} \iff a = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

La condition (E) est remplie pour un unique réel.



2. a.

$$A_1 = \int_0^a f(x) dx \quad A_2 = \int_a^1 f(x) dx$$

b. Soit  $a \in ]0, 1[$  :

$$A_1 = A_2 \iff \int_0^a f(x) dx = \int_a^1 f(x) dx$$

$$\iff F(a) - F(0) = F(1) - F(a)$$

$$\iff F(a) = \frac{F(0) + F(1)}{2}$$

Puisqu'on a raisonné par équivalence, on a montré que

Le nombre réel  $a$  vérifie la condition (E) si et seulement si  $F(a) = \frac{F(0) + F(1)}{2}$

3. a. D'après ce qui précède, les valeurs de  $a$  pour lesquelles la condition (E) est vérifiée sont les solutions de l'équation

$$F(x) = \frac{F(0) + F(1)}{2} \text{ où } F \text{ est une primitive sur } \mathbb{R} \text{ de la fonction exponentielle.}$$

Puisqu'une primitive de la fonction exponentielle est elle-même, alors l'égalité ci-dessus s'écrit :

$$e^x = \frac{e^0 + e^1}{2}$$

soit :

$$e^x = \frac{1 + e}{2}$$

ou encore :

$$x = \ln \frac{1 + e}{2}$$

La condition (E) est vérifiée pour l'unique nombre réel  $\ln\left(\frac{1+e}{2}\right)$

- b. Il suffit de prouver :

$$F\left(\frac{2}{5}\right) = \frac{F(0) + F(1)}{2}$$

où  $F$  est une primitive sur  $[0,1]$  de la fonction  $f : x \mapsto \frac{1}{(x+2)^2}$

Une primitive de  $f$  est  $F$ , définie sur  $[0; 1]$  par  $F(x) = -\frac{1}{x+2}$ .

Calculons chacun des deux nombres  $\frac{F(0) + F(1)}{2}$  et  $F\left(\frac{2}{5}\right)$  :

$$\frac{F(0) + F(1)}{2} = \frac{1}{2} \left( -\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) = -\frac{5}{12} \quad \text{et} \quad F\left(\frac{2}{5}\right) = -\frac{1}{\frac{2}{5} + 2} = -\frac{1}{\frac{12}{5}} = -\frac{5}{12}$$

Par conséquent :

La valeur  $a = \frac{2}{5}$  convient

## Partie B

1. Puisqu'une primitive de  $f$  est la fonction  $F$  définie sur  $[0; 1]$  par  $F(x) = 4x - x^3$ , on déduit de A. 2. a. que la condition (E) est vérifiée si et seulement si

$$4a - a^3 = \frac{4-1}{2}$$

soit :

$$a = \frac{a^3}{4} + \frac{3}{8}$$

$a$  est donc une solution de l'équation  $x = \frac{x^3}{4} + \frac{3}{8}$ .

2. a.

$$u_1 = g(0) = \frac{3}{8}$$

- b. La fonction  $g$ , en tant que fonction polynôme, est dérivable sur  $[0 ; 1]$  et on a, pour tout nombre réel  $x$  de  $[0 ; 1]$  :

$$g'(x) = \frac{3}{4}x^2$$

Puisque  $g' \geq 0$  sur  $[0 ; 1]$ , la fonction  $g$  est croissante sur  $[0 ; 1]$ .

- c. Pour tout entier naturel  $n$ , notons  $\mathcal{P}_n$  la propriété

$$0 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 1$$

- $\mathcal{P}_0$  s'écrit :

$$0 \leq u_0 \leq u_1 \leq 1$$

Puisque  $\begin{cases} u_0 = 0 \\ \text{et} \\ u_1 = \frac{3}{8} \end{cases}$ , on a  $0 \leq 0 \leq \frac{3}{8} \leq 1$  :

$\mathcal{P}_0$  est vraie

- Supposons la propriété  $\mathcal{P}_p$  vraie pour un entier naturel  $p$ . On a donc :

$$0 \leq u_p \leq u_{p+1} \leq 1$$

Montrons alors que  $\mathcal{P}_{p+1}$  est vraie, i.e :

$$0 \leq u_{p+1} \leq u_{p+2} \leq 1$$

On a, par hypothèse :

$$0 \leq u_p \leq u_{p+1} \leq 1$$

La fonction  $g$  étant croissante sur  $[0,1]$ , on en déduit :

$$g(0) \leq g(u_p) \leq g(u_{p+1}) \leq g(1)$$

soit :

$$\frac{3}{8} \leq u_{p+1} \leq u_{p+2} \leq \frac{5}{8}$$

On en déduit bien sûr :

$$0 \leq u_{p+1} \leq u_{p+2} \leq 1$$

. On a prouvé :

$$\forall p \in \mathbb{N} \quad \mathcal{P}_p \text{ est vraie} \implies \mathcal{P}_{p+1} \text{ est vraie}$$

- On a prouvé :

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad 0 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 1$$

- d. La suite  $u$  est croissante et majorée par 1 : elle converge donc, en vertu du théorème de la limite monotone, vers une limite  $\ell$  comprise entre 0 et 1.

Puisque la fonction  $g$  est continue sur  $[0,1]$ , alors

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} g(u_n) = g(\ell)$$

On a par ailleurs :

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_{n+1} = \ell$$

Puisque  $u_{n+1} = g(u_n)$ , on en déduit :

$$\ell = g(\ell)$$

soit

$$\ell = a$$

puisque l'équation  $g(x) = x$  admet une unique solution d'après la question 1.

- e. Une valeur approchée de  $u_{10}$  à  $10^{-8}$  près est **0,38980784**

## Exercice 3

## Commun à tous/toutes les candidat/e/s

5 points

## Partie A

1. a. L'expérience consistant à interroger une personne est une épreuve de Bernoulli de paramètre  $p = 0,6$  en convenant d'appeler succès le fait que la personne accepte de répondre à la question. On est alors en présence d'une succession de 700 épreuves de Bernoulli, identiques et indépendantes (puisque la probabilité qu'une personne accepte de répondre reste constante). La variable aléatoire  $X$  dénombrant les personnes ayant accepté de répondre suit donc une loi binomiale de paramètres  $n = 700$  et  $p = 0,6$ .
- b. D'après la calculatrice :  $P(X \leq 399) \approx 0,0573$ .

Par suite :

$$P(X \geq 400) = P(X > 399) = 1 - P(X \leq 399) \approx 0,9427$$

La meilleure valeur approchée est 0,94

2. Lorsque  $n$  personnes sont interrogées, notons  $X_n$  la variable aléatoire égale au nombre de personnes acceptant de répondre.  $X_n$  suit une loi binomiale de paramètres  $n$  et  $p = 0,6$ .  
On cherche le plus petit entier  $n$  tel que  $P(X_n \geq 400) > 0,9$ .

Puisque

$$P(X_n \geq 400) > 0,9 \iff 1 - P(X_n \leq 399) > 0,9 \iff P(X_n \leq 399) < 0,1$$

la question est de déterminer, parmi les entiers  $n$  vérifiant  $P(X_n \leq 399) < 0,1$ , le plus petit.

$$\text{La calculatrice donne } \begin{cases} P(X_{693} \leq 399) \approx 0,1034 \\ \text{et} \\ P(X_{694} \leq 399) \approx 0,0955 \end{cases}$$

Puisque la suite  $(P(X_n \leq 399))$  est décroissante, alors694 est le plus petit entier  $n$  convenant

## Partie B

1. Puisque  $n \geq 50$ , alors  $n \times f = 0,29 \times n \geq 0,29 \times 50$ , soit  $n \times f \geq 14,5$   
De manière analogue,  $n \times (1 - f) = 0,71 \times n \geq 0,71 \times 50$ , soit  $n \times (1 - f) \geq 35,5$
- Puisque  $\begin{cases} n \geq 30 \\ n \times f \geq 5 \\ n(1 - f) \geq 5 \end{cases}$ , les conditions d'application d'un intervalle de confiance sont vérifiées.
- Un intervalle de confiance, au niveau de confiance 95%, de la proportion de personnes favorables au projet est

$$\left[ 0,29 - \frac{1}{\sqrt{n}}; 0,29 + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$$

2. L'amplitude de l'intervalle précédent est inférieure ou égale à 0,04 si et seulement si

$$\frac{2}{\sqrt{n}} \leq 0,04$$

Puisque

$$\frac{2}{\sqrt{n}} \leq 0,04 \iff \frac{2}{0,04} \leq \sqrt{n} \stackrel{n>0}{\iff} n \geq \left( \frac{2}{0,04} \right)^2 \iff n \geq 2500$$

, alors

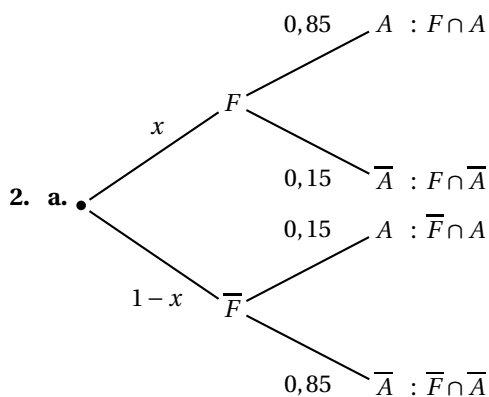
Le nombre minimum de personnes à interroger est 2500

## Partie C

1.

$$P_F(A) = 0,85$$

$$P_{\bar{F}}(A) = 0,15$$



b. D'après l'arbre :

$$P(A) = P(F \cap A) + P(\bar{F} \cap A) = 0,85x + 0,15(1-x) = 0,7x + 0,15$$

Par suite :

$$0,7x + 0,15 = 0,29$$

3. La résolution de l'équation ci-dessus conduit à  $x = 0,2$ 

Parmi les personnes ayant répondu 20% sont réellement favorables au projet

## Exercice 4 Candidat/e/s n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité 5 points

## Partie A

$$1. z_1 = \left(1 + \frac{1}{6}\right) e^{i\frac{2\pi}{6}} = \frac{7}{6} \times e^{i\frac{\pi}{3}} = \frac{7}{6} \times \left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{7}{12} + i\frac{7\sqrt{3}}{12} :$$

$$z_1 = \frac{7}{12} + i\frac{7\sqrt{3}}{12}$$

$$2. z_0 = \left(1 + \frac{0}{6}\right) e^{i\frac{2 \times 0 \times \pi}{6}} = e^{i \times 0} = \cos 0 + i \sin 0 = 1 : z_0 = 1$$

$$z_6 = \left(1 + \frac{6}{6}\right) e^{i\frac{2 \times 6 \times \pi}{6}} = 2e^{i \times 2\pi} = 2(\cos 2\pi + i \sin 2\pi) = 2 : z_6 = 2$$

3.

Soit  $H_1$  le pied de la hauteur du triangle  $OM_0M_1$  issue de  $M_1$ .

Dans le triangle rectangle  $OM_1H_1$ , on a  $\sin \widehat{M_0OM_1} = \frac{H_1M_1}{OM_1}$ ,

soit

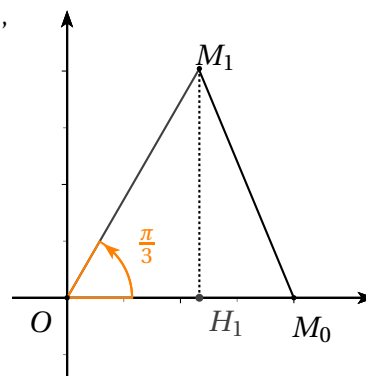
$$\sin \frac{\pi}{3} = \frac{H_1M_1}{\frac{7}{6}}$$

On en déduit :

$$H_1M_1 = \frac{7}{6} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{7\sqrt{3}}{12}$$

L'aire du triangle  $OM_0M_1$  est alors égale, en u.a, à

$$\frac{OM_0 \times H_1M_1}{2} = \frac{7\sqrt{3}}{24}$$



## Partie B

1.

$$OM_k = |z_{M_k}| = |z_k| = \left| \left(1 + \frac{k}{n}\right) e^{i\frac{2k\pi}{n}} \right| = \left|1 + \frac{k}{n}\right| \times \left|e^{i\frac{2k\pi}{n}}\right| = 1 + \frac{k}{n}$$

2. Par hypothèse, on a :  $z_k = \left(1 + \frac{k}{n}\right) e^{i\frac{2k\pi}{n}}$ . Puisque  $1 + \frac{k}{n} > 0$ , alors  $\arg(z_k) = \frac{2k\pi}{n} [2\pi]$ .

Par suite :

$$\left(\vec{u}, \overrightarrow{OM_k}\right) = \text{Arg}(z_k) = \frac{2k\pi}{n} [2\pi] \quad \left(\vec{u}, \overrightarrow{OM_{k+1}}\right) = \text{Arg}(z_{k+1}) = \frac{2(k+1)\pi}{n} [2\pi]$$

3.

$$\left(\overrightarrow{OM_k}, \overrightarrow{OM_{k+1}}\right) = \left(\overrightarrow{OM_k}, \vec{u}\right) + \left(\vec{u}, \overrightarrow{OM_{k+1}}\right) = -\left(\vec{u}, \overrightarrow{OM_k}\right) + \left(\vec{u}, \overrightarrow{OM_{k+1}}\right) = -\frac{2k\pi}{n} + \frac{2(k+1)\pi}{n} = \frac{2\pi}{n} [2\pi]$$

Pour tout entier  $n$  supérieur ou égal à 2 et pour tout entier  $k$  tel que  $1 \leq k \leq n-1$ , notons  $H_{k+1}$  le pied de la hauteur issue du point  $M_{k+1}$  dans le triangle  $OM_kM_{k+1}$ .

• Si  $n = 2$ , le triangle  $OM_0M_1$  est plat : on a alors  $M_1H_1 = 0$

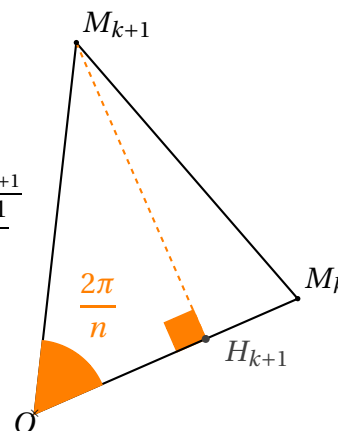
• Supposons  $n \geq 3$  :

Que  $H_{k+1}$  appartienne à la demi-droite  $[OM_k)$  (si  $n \geq 3$ ) ou non (si  $n = 3$ ), on a :

$$\sin \frac{2\pi}{n} = \sin \left(\overrightarrow{OM_k}, \overrightarrow{OM_{k+1}}\right) = \sin \widehat{H_{k+1}OM_{k+1}} = \frac{M_{k+1}H_{k+1}}{OM_{k+1}} = \frac{M_{k+1}H_{k+1}}{1 + \frac{k+1}{n}}$$

Finalement :

$$M_{k+1}H_{k+1} = \left(1 + \frac{k+1}{n}\right) \times \sin \frac{2\pi}{n} [2\pi]$$



4.

k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	0,323	0,711	1,170	1,705	2,322	3,027	3,826	4,726	5,731	6,848

5. Les deux lignes à compléter sont

L6 : Tant que  $A < 7,2$ 

et

L13 : Afficher  $n$ *Remarque* : on obtient  $n = 20$ .**Exercice 4 Candidat/e/s ayant suivi l'enseignement de spécialité 5 points****Partie A**

D'une part :

$$HI \rightarrow \begin{pmatrix} H \\ I \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 8 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 7 \\ 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 51 \\ 105 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 25 \\ 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} Z \\ B \end{pmatrix}$$

D'autre part :

$$LL \rightarrow \begin{pmatrix} H \\ I \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 \\ 11 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 11 \\ 11 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 77 \\ 154 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 25 \\ 24 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} Z \\ Y \end{pmatrix}$$

**Le mot HILL est chiffré par le mot ZBZY****Partie B**1. Puisque  $a$  et 26 sont premiers entre eux, alors, d'après le théorème de Bézout, il existe deux entiers  $u$  et  $v$  tels que

$$au + 26v = 1$$

Puisque  $26 \equiv 0 \pmod{26}$ , alors  $26v \equiv 26 \times 0 \pmod{26}$ , soit  $26v \equiv 0 \pmod{26}$ .En ajoutant  $au$  à chacun des deux membres de la congruence précédente, on obtient :

$$au + 26v \equiv au \pmod{26}$$

soit

$$au \equiv 1 \pmod{26}$$

$$\text{P.G.C.D}(a, 26) = 1 \implies \exists u \in \mathbb{Z} \quad a \times u \equiv 1 \pmod{26}$$

2. a.

u	0	1	2	3	4	5
r	0	21	16	11	6	1

b. L'algorithme affiche 5, qui est donc le plus petit entier  $u$  tel que  $a \times u \equiv 1 \pmod{26}$ . Par suite :

$$5 \times 21 \equiv 1 \pmod{26}$$



$$\begin{aligned}
 3. \text{ a. } 12A - A^2 &= 12 \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 7 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 7 \end{pmatrix} \\
 &= 12 \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 7 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 5 \times 5 + 2 \times 7 & 5 \times 2 + 2 \times 7 \\ 7 \times 5 + 7 \times 7 & 7 \times 2 + 7 \times 7 \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} 60 & 24 \\ 84 & 84 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 39 & 24 \\ 84 & 63 \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} 21 & 0 \\ 0 & 21 \end{pmatrix} \\
 &= 21 \times I
 \end{aligned}$$

b. L'égalité  $12A - A^2 = 21I$  s'écrit  $(12I - A) \times A = 21I$ . Par suite :

$$B = 12I - A$$

c. Supposons :

$$A \times X = Y$$

Multiplions chacun des deux membres de l'égalité (à gauche) par B :

$$B \times A \times X = B \times Y$$

Puisque  $BA = 21I$ , l'égalité ci-dessus s'écrit :

$$21X = BY$$

On a prouvé :

$$AX = Y \implies 21X = BY$$

### Partie C

1. Puisque, par hypothèse,  $Y=AX$ , on en déduit, d'après la partie précédente :

$$21X = BY$$

$$\text{où } B \text{ est la matrice } 12I - A = \begin{pmatrix} 12 & 0 \\ 0 & 12 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & -2 \\ -7 & 5 \end{pmatrix}$$

• On a d'une part  $21X = \begin{pmatrix} 21x_1 \\ 21x_2 \end{pmatrix}$

• D'autre part :

$$BY = \begin{pmatrix} 7 & -2 \\ -7 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7y_1 - 2y_2 \\ -7y_1 + 5y_2 \end{pmatrix} \text{ On en déduit :}$$

$$\begin{cases} 21x_1 = 7y_1 - 2y_2 \\ 21x_2 = -7y_1 + 5y_2 \end{cases}$$

2. Multiplions chacune des deux égalités ci-dessus par 5 :

$$\begin{cases} 105x_1 = 35y_1 - 10y_2 \\ 105x_2 = -35y_1 + 25y_2 \end{cases}$$

• Prouvons :  $x_1 \equiv 9r_1 + 16r_2 \pmod{26}$  :

Puisque  $105 \equiv 1 \pmod{26}$ , alors

$$105x_1 \equiv x_1 \pmod{26} \quad (a)$$

$$\text{De } \begin{cases} 35 \equiv 9 \pmod{26} \\ \text{et} \\ y_1 \equiv r_1 \pmod{26} \end{cases}, \text{ on déduit, par somme : } 35y_1 \equiv 9r_1 \pmod{26} \quad (1).$$

$$\text{De } \begin{cases} -10 \equiv 16 \pmod{26} \\ \text{et} \\ y_2 \equiv r_2 \pmod{26} \end{cases}, \text{ on déduit, par somme : } -10y_2 \equiv 16r_2 \pmod{26} \quad (2).$$

En ajoutant membre à membre les congruences (1) et (2), on obtient

$$35y_1 - 10y_2 \equiv 9r_1 + 16r_2 \pmod{26} \quad (b)$$

De (a) et (b) on déduit :

$$x_1 \equiv 9r_1 + 16r_2 \pmod{26}$$

• Un raisonnement analogue montre que

$$x_2 \equiv 17r_1 + 25r_2 \pmod{26}$$

3.

$$VL \rightarrow \begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 21 \\ 11 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 9r_1 + 16r_2 \\ 17r_1 + 25r_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 365 \\ 632 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ 8 \end{pmatrix} \rightarrow BI$$

$$UP \rightarrow \begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 20 \\ 15 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 9r_1 + 16r_2 \\ 17r_1 + 25r_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 420 \\ 715 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 4 \\ 13 \end{pmatrix} \rightarrow EN$$

VLUP code le mot BIEN