

TYPES DE NUMÉRATION

Corrigés des exercices

Exercice E1 : Convertir des nombres suivants :

XLIV	CCCLXVII	MDCXXIX
44	367	1629
1958	247	2863
MCMLVIII	CCXLVII	MMDCCCLXIII

E2 : Compléter les cases vides :

indonésien			
6	enam	5	lima
7	tujuh	15	limabelas
50	lima puluh	3	tiga
2	dua	30	tiga puluh
20	dua puluh	70	tujuh puluh
16	enambelas	17	tujuhbelas
finnois			
60	kuusikymmentä	6	kuusi
15	viisitoista	5	viisi
16	kuusitoista	50	viisikymmentä
19	yhdeksätoista	90	yhdeksänkymmentä
swahili			
16	kumi na sita	60	sitini
17	kumi na saba	7	saba
6	sita	70	sabini
3	tatu	13	kumi na tatu

E4 : Effectuer en base binaire les opérations suivantes :

$\begin{array}{r} 1001011 \\ + 1101001 \\ \hline 10110100 \end{array}$	$\begin{array}{r} 10101 \\ - 1110 \\ \hline 111 \end{array}$	$\begin{array}{r} 1101 \\ \times 101 \\ \hline 1101 \\ 1101 \\ \hline 100001 \end{array}$
--	--	---

E5 : Compléter les tables d'addition et de multiplication de la numération ternaire (base trois) :

<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><th>+</th><th>0</th><th>1</th><th>2</th></tr> <tr><th>0</th><td>0</td><td>1</td><td>2</td></tr> <tr><th>1</th><td>1</td><td>2</td><td>10</td></tr> <tr><th>2</th><td>2</td><td>10</td><td>11</td></tr> </table>	+	0	1	2	0	0	1	2	1	1	2	10	2	2	10	11	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><th>×</th><th>0</th><th>1</th><th>2</th></tr> <tr><th>0</th><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><th>1</th><td>0</td><td>1</td><td>2</td></tr> <tr><th>2</th><td>0</td><td>2</td><td>11</td></tr> </table>	×	0	1	2	0	0	0	0	1	0	1	2	2	0	2	11
+	0	1	2																														
0	0	1	2																														
1	1	2	10																														
2	2	10	11																														
×	0	1	2																														
0	0	0	0																														
1	0	1	2																														
2	0	2	11																														

E6 : Effectuer en base duodécimale (douze) les opérations suivantes :

$\begin{array}{r} 237 \\ + 8A4 \\ \hline B1B \end{array}$	$\begin{array}{r} 81A \\ - 679 \\ \hline 161 \end{array}$	$\begin{array}{r} 12 \\ \times 3B \\ \hline 10B \\ 36 \\ \hline 46B \end{array}$
---	---	--

E7 : Calculer en base quatre : $231 + 130 - 32$

En base quatre : $231 + 130 = 1021$

$1021 - 32 = 323$

III) Changement de base

a) Écriture en base dix d'un nombre n écrit en base b .

E8 : Exprimer les nombres suivants en base dix.

$$\begin{aligned} \overline{101110101}^{\text{deux}} &= \\ 1 \times 2^8 + 1 \times 2^6 + 1 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^0 &= \\ = 256 + 64 + 32 + 16 + 4 + 1 = 373 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \overline{32142}^{\text{cinq}} &= \\ 3 \times 5^4 + 2 \times 5^3 + 1 \times 5^2 + 4 \times 5^1 + 2 \times 5^0 &= \\ = 3 \times 625 + 2 \times 125 + 1 \times 25 + 4 \times 5 + 2 \times 1 = 2172 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \overline{5A3B}^{\text{douze}} &= \\ 5 \times 12^3 + 10 \times 12^2 + 3 \times 12^1 + 11 \times 12^0 &= \\ = 5 \times 1728 + 10 \times 144 + 3 \times 12 + 11 \times 1 = 10127 \end{aligned}$$

$\overline{4B8C}^{\text{douze}} =$
n'existe pas car C n'est pas un chiffre de la base douze.

E9 : Exprimer $\overline{1352}^{\text{dix}}$ en base sept.

$$\begin{array}{r|l} 1352 & 7 \\ \hline 65 & 193 \\ 22 & 53 \\ \hline \boxed{1} & \boxed{4} \end{array} \quad \begin{array}{r|l} & 7 \\ \hline & 27 \\ & 7 \\ \hline & \boxed{6} \end{array} \quad \begin{array}{r|l} & 7 \\ \hline & 3 \\ & 3 \\ \hline & \boxed{3} \end{array} \quad \begin{array}{r|l} & 7 \\ \hline & 0 \end{array}$$

Donc $\overline{1352}^{\text{dix}} = \overline{3641}^{\text{sept}}$.

E10 : Exprimer $\overline{11370}^{\text{dix}}$ en base seize.

$$\begin{array}{r|l} 11370 & 16 \\ \hline 17 & 710 \\ 10 & 70 \\ \hline \boxed{10} & \boxed{6} \end{array} \quad \begin{array}{r|l} & 16 \\ \hline & 44 \\ & 16 \\ \hline & \boxed{12} \end{array} \quad \begin{array}{r|l} & 16 \\ \hline & 2 \\ & 2 \\ \hline & \boxed{2} \end{array} \quad \begin{array}{r|l} & 16 \\ \hline & 0 \end{array}$$

Donc $\overline{11370}^{\text{dix}} = \overline{2C6A}^{\text{seize}}$.

b) Écriture en base b' d'un nombre n écrit en base b .
Utiliser la base dix comme base intermédiaire.

E11 : Exprimer $\overline{31203}^{\text{quatre}}$ en base neuf.

$$\begin{aligned} \overline{31203}^{\text{quatre}} &= 3 \times 4^0 + 0 \times 4^1 + 2 \times 4^2 + 1 \times 4^3 + 3 \times 4^4 = 867 \\ \begin{array}{r|l} 867 & 9 \\ \hline 57 & 96 \\ 3 & 6 \\ \hline \boxed{3} & \boxed{6} \end{array} & \begin{array}{r|l} & 9 \\ \hline & 10 \\ & 9 \\ \hline & \boxed{1} \end{array} & \begin{array}{r|l} & 9 \\ \hline & 1 \\ & 1 \\ \hline & \boxed{1} \end{array} & \begin{array}{r|l} & 9 \\ \hline & 0 \end{array} \end{aligned}$$

Donc $\overline{31203}^{\text{quatre}} = \overline{1163}^{\text{neuf}}$.

E12 : Déterminer l'entier x sachant que $\overline{2565}^{\text{sept}} = \overline{5A3}^x$.

Déterminer l'écriture de ce nombre en base douze.

Comme il y a le chiffre A dans l'écriture du nombre en base x , on peut affirmer que $x > 10$.

L'équation peut alors s'écrire :

$$5 + 6 \times 7 + 5 \times 7^2 + 2 \times 7^3 = 3 + 10x + 5x^2$$

$$\text{Donc } 5x^2 + 10x - 975 = 0, \text{ ou encore } x^2 + 2x - 195 = 0$$

Les solutions de cette équation sont $x_1 = 13$ et $x_2 = -15$

Comme $x > 10$, $x = 13$. L'écriture proposée est donc en base treize.

Ce nombre s'écrit donc $5 + 6 \times 7 + 5 \times 7^2 + 2 \times 7^3$ ou encore $3 + 10 \times 13 + 5 \times 13^2$, donc 978.

On peut écrire $978 = 12 \times 81 + 6$, puis $81 = 12 \times 6 + 9$

$$\text{Donc } 978 = 12 \times (12 \times 6 + 9) + 6 = \underline{6} \times 12^2 + 9 \times 12 + \underline{6}$$

L'écriture en base douze de ce nombre est donc $\underline{696}^{\text{douze}}$