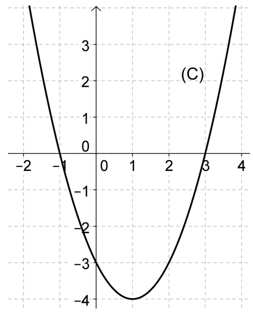
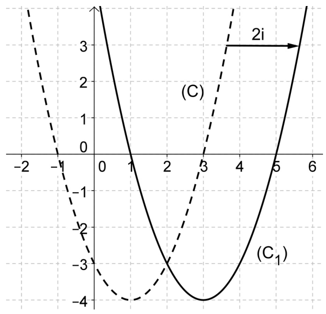
FONCTIONS ASSOCIÉES

Deux fonctions sont dites *associées* (ou *conjointes*) lorsque leurs représentations graphiques respectives dans le plan muni d'un repère orthonormal, se déduisent l'une de l'autre par une transformation géométrique classique : translation, réflexion, symétrie centrale et aussi affinité orthogonale.

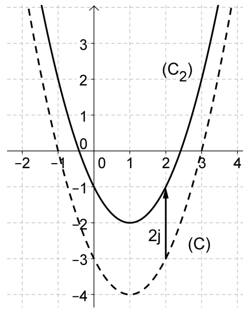


Exemple de base : la courbe (*C*), représentation graphique de la fonction *f* dans le repère orthonormal $(O\,;\vec{i}\,,\vec{j})$, aura pour équation $y=(x-1)^2-4$

I) TRANSLATIONS

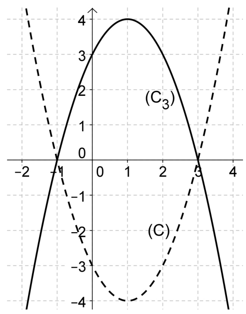


a) La courbe d'équation $\boxed{y=f(x-a)}$ est obtenue à partir de la courbe (*C*) grâce à la **translation** de vecteur $a\vec{i}$.
Ainsi (C_1), d'équation $y=(x-3)^2-4$, est la translatée de (*C*) de vecteur $2\vec{i}$.

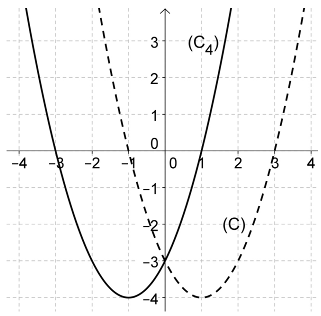


b) La courbe d'équation $\boxed{y=f(x)+b}$ est obtenue à partir de (*C*) grâce à la **translation** de vecteur $b\vec{j}$.
Ainsi (C_2), d'équation $y=(x-1)^2-2$, est la translatée de (*C*) de vecteur $2\vec{j}$.

II) RÉFLEXIONS



a) La courbe d'équation $\boxed{y=-f(x)}$ est obtenue à partir de la courbe (*C*) grâce à la **réflexion** d'axe $\left(O\,;\vec{i}\right)$.
Ainsi (C_3), d'équation $y=-(x-1)^2+4$, est le reflet de (*C*) d'axe $\left(O\,;\vec{i}\right)$.

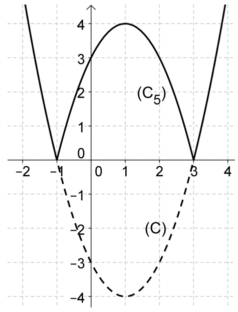


b) La courbe d'équation $\boxed{y=f(-x)}$ est obtenue à partir de la courbe (*C*) grâce à la **réflexion** d'axe $\left(O;\vec{j}\right)$.
Ainsi (C_4), d'équation $y=(-x-1)^2-4$, est le reflet de (*C*) d'axe $\left(O\,;\vec{j}\right)$.

c) La courbe d'équation $\boxed{y = |f(x)|}$ est obtenue de la façon suivante :

- **<u>on garde</u>** la partie de la courbe (C) correspondant aux valeurs positives de $f(x)$
- **<u>on trace de plus</u>** l'image de l'autre partie par la réflexion d'axe $\left(O\,;\vec{i}\,\right)$.

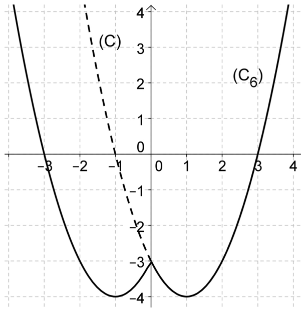
Ainsi (C_5) a pour équation $y = \left|(x-1)^2 - 4\right|$.



d) La courbe d'équation $\boxed{y = f(|x|)}$ est obtenue de la façon suivante :

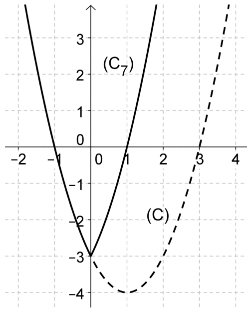
- **<u>on garde</u>** la partie de (C), notée (C'), correspondant aux valeurs positives de x
- **<u>on trace de plus</u>** l'image de (C') par la réflexion d'axe $\left(O\,;\vec{j}\,\right)$.

Ainsi (C_6) a pour équation $y = (|x|-1)^2 - 4$.



e) La courbe d'équation $\boxed{y = f(-|x|)}$ s'obtient comme pour celle d'équation $y = f(|x|)$, mais en remplaçant positif par négatif.

Ainsi (C_7) a pour équation $y = \left(-|x|-1\right)^2 - 4$.

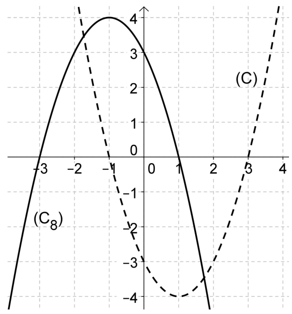


III) SYMÉTRIES CENTRALES

La courbe d'équation $\boxed{y = 2b - f(2a-x)}$ est obtenue à partir de la courbe (C) par grâce à la **<u>symétrie</u>** de centre I de coordonnées $(a\,;b)$.

- En particulier, la courbe d'équation $\boxed{y = -f(-x)}$ est l'image de la courbe (C) par la symétrie de centre O.

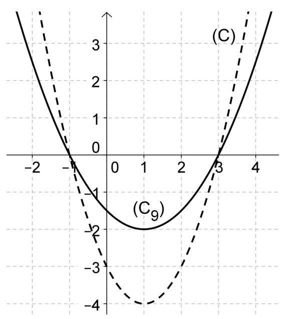
  Ainsi (C_8), d'équation $y = -(-x-1)^2 + 4$, est la symétrique de centre O de (C).



IV) AFFINITÉS ORTHOGONALES

a) La courbe d'équation $y = bf(x)$ est obtenue par l'**<u>affinité orthogonale</u>** d'axe $\left(O\,;\vec{i}\,\right)$ et de rapport b de la courbe (C).

Ainsi, (C_9), d'équation $y = \dfrac{1}{2}\left((x-1)^2 - 4\right)$, est l'image de ($C$) par l'affinité orthogonale d'axe $\left(O\,;\vec{i}\,\right)$ et de rapport $\dfrac{1}{2}$ de la courbe (C).



b) La courbe d'équation $y = f\left(\dfrac{x}{a}\right)$ est obtenue par l'**<u>affinité orthogonale</u>** d'axe $\left(O\,;\vec{j}\,\right)$ et de rapport a de la courbe (C).

Ainsi, (C_{10}), d'équation $y = (2x-1)^2 - 4$, est l'image de (C) par l'affinité orthogonale d'axe $\left(O\,;\vec{j}\,\right)$ et de rapport $\dfrac{1}{2}$ de la courbe (C).