

NOMBRES COMPLEXES

Introduction et historique

I) La formule de Cardan

Vers 1550, alors que certains mathématiciens refusaient encore de considérer des nombres négatifs, des mathématiciens italiens ont inventé, pour résoudre les équations du troisième degré, des nombres **non-réels**. Voici comment :

Considérons l'équation :

$$(1) : x^3 + ax^2 + bx + c = 0.$$

Par le changement de variable $X = x + \frac{a}{3}$, on obtient une équation de la forme :

$$(2) : X^3 + pX + q = 0.$$

Ayons alors l'idée de poser $X = u + v$ et tentons de donner, au cours du calcul, une condition sur u et v .

En remplaçant dans (2), on obtient, après développement et factorisation :

$$(3) : u^3 + v^3 + (3uv + p)(u + v) + q = 0.$$

Imposons alors la condition : $3uv + p = 0$,

$$c'est\text{-à-dire} : uv = -\frac{p}{3}.$$

L'équation (3) se traduit alors par :

$$(4) : \begin{cases} uv = -\frac{p}{3} \\ u^3 + v^3 = -q \end{cases}$$

En élevant les deux membres de la première ligne de (4) au cube (ce que l'on peut faire de façon équivalente puisque la puissance est impair), on obtient :

$$(5) : \begin{cases} u^3 v^3 = -\frac{p^3}{27} \\ u^3 + v^3 = -q \end{cases}$$

Ce qui revient à chercher deux réels (u^3 et v^3) connaissant leur somme et leur produit. Ces deux nombres sont donc solutions de l'équation :

$$(6) : Z^2 + qZ - \frac{p^3}{27} = 0$$

dont le discriminant Δ vaut $q^2 + \frac{4p^3}{27}$.

Si $\Delta \geq 0$, on obtient alors :

$$u = \sqrt[3]{\frac{-q - \sqrt{\Delta}}{2}} \quad \text{et} \quad v = \sqrt[3]{\frac{-q + \sqrt{\Delta}}{2}}.$$

D'où dans ce cas la valeur de X :

$$X = \sqrt[3]{\frac{-q - \sqrt{q^2 + \frac{4p^3}{27}}}{2}} + \sqrt[3]{\frac{-q + \sqrt{q^2 + \frac{4p^3}{27}}}{2}}$$

(Formule de Cardan)

Si $\Delta < 0$, la méthode ne semble pas convenir ; et pourtant...

Étudions les variations de la fonction f définie sur \mathbf{R} par :

$$f(x) = x^3 + px + q$$

f est polynôme donc dérivable et, pour tout x de \mathbf{R} , $f'(x) = 3x^2 + p$.

D'où deux cas :

Si $p \geq 0$, alors $f' \geq 0$ et ne s'annule au plus qu'en une valeur, donc f est strictement croissante ; elle est de plus dérivable : f réalise donc une bijection de \mathbf{R} vers \mathbf{R} , d'après ses limites aux infinis. L'équation $f(x) = 0$ admet donc une unique solution.

On remarquera que si p est positif, Δ aussi, donc cette solution unique est celle donnée par la formule de Cardan.

Si $p < 0$, on a le tableau de variations suivant :

x	$-\infty$	$-t$	t	$+\infty$
Sgn $f'(x)$	+	0	-	0
Var f	$-\infty$	↗	↘	↗
		α	β	$+\infty$

$$\text{avec } t = \sqrt{-\frac{p}{3}}, \text{ d'où } \alpha = q + \frac{2p}{3} \sqrt{-\frac{p}{3}} \text{ et } \beta = q - \frac{2p}{3} \sqrt{-\frac{p}{3}}$$

Le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 0$ dépend des signes de α et de β , ou plus exactement du signe du produit $\alpha \times \beta$:

Si $\alpha \times \beta > 0$, il n'y a qu'une seule solution.

Si $\alpha \times \beta = 0$, il y a deux solutions, dont une double.

Si $\alpha \times \beta < 0$, il y a trois solutions.

$$\text{Or } \alpha \times \beta = q^2 + \frac{4p^3}{27}.$$

Donc « paradoxalement », c'est lorsqu'il y a trois solutions que la formule de Cardan ne fonctionne pas !

Par exemple : $X^3 - 15X - 4 = 0$, donc avec $p = -15$ et $q = -4$.

On a ici $\Delta = -484$, c'est-à-dire $\Delta = -(22)^2$.

Malgré ce discriminant négatif, raisonnons comme on l'a fait à l'époque, en utilisant les règles de calcul habituelles.

Notons i « l'objet » $\sqrt{-1}$; on a « donc » $\sqrt{\Delta} = 22i$.

D'où $X = \sqrt[3]{2 + 11i} + \sqrt[3]{2 - 11i}$. Calculons $(2 + i)^3$.

$$(2 + i)^3 = (2 + i)^2 (2 + i) = (4 + 4i + i^2)(2 + i),$$

$$\text{or } i^2 = -1, \text{ donc : } (2 + i)^3 = (3 + 4i)(2 + i) = 2 + 11i.$$

$$\text{De même, } (2 - i)^3 = 2 - 11i.$$

D'où $X = (2 + i) + (2 - i) = 4$. On vérifie que 4 est bien solution.

On voit ici que des quantités réelles peuvent être représentées par des nombres en apparence « impossibles » ou « imaginaires ».

Remarque : Les notations « racines carrées, cubiques... » ne doivent absolument pas être utilisées pour les nombres complexes sous peine d'erreurs grossières, mais à l'époque et même longtemps après, ces risques d'erreurs ont été négligés.

II) Historique des nombres complexes

En 1545 dans son livre *Ars Magna*, le mathématicien **Cardan** étudie la résolution de l'équation du troisième degré et expose en les enrichissant des résultats « empruntés » à **Tartaglia**.

Il considère l'équation $x^3 = px + q$ avec $p > 0$ et $q > 0$ et prouve que si $\left(\frac{q}{2}\right)^2 - \left(\frac{p}{3}\right)^3$ est positive, (donc si $4p^3 - 27q^2 < 0$), le réel

$$\sqrt[3]{\frac{q}{2} + \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 - \left(\frac{p}{3}\right)^3}} + \sqrt[3]{\frac{q}{2} - \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 - \left(\frac{p}{3}\right)^3}}$$

est une solution de cette équation.

Cardan veut alors résoudre l'équation $x^3 = 15x + 4$ dont 4 est une solution. Mais ici $4p^3 - 27q^2$ est positif, et la formule ci-dessus amènerait à écrire $\sqrt{-121}$, ou si l'on préfère, $11\sqrt{-1}$.

Cardan renonce à appliquer sa formule dans ce cas mais dans une autre partie du livre, il cherche deux nombres dont la somme serait 10 et le produit 40. Il considère que, la moyenne des nombres étant 5, ils s'écrivent $5 + x$ et $5 - x$, et x doit alors être solution de $x^2 = -15$, ce qui l'amène à proposer des solutions « impossibles » qu'il note :

$$5p : \mathfrak{R}m : 15 \text{ et } 5m : \mathfrak{R}m : 15$$

où p signifie « plus », m « moins » et \mathfrak{R} « racine de ».

En 1572, **Bombelli**, dans son livre *Algebra*, décide d'appliquer la formule de Cardan pour résoudre $x^3 = 15x + 4$, et trouve les deux autres solutions, en admettant que $\sqrt{-1} \times \sqrt{-1} = -1$, et écrit :

« J'ai trouvé une autre sorte de racine cubique, très différente des autres, ce qui arrive dans le cas où le cube égale la première puissance et un nombre (équation $x^3 = px + q$), quand le cube du tiers de la première puissance est supérieur au carré de la moitié du

nombre absolu... (donc $\left(\frac{p}{3}\right)^3 > \left(\frac{q}{2}\right)^2$ ou encore $4p^3 - 27q^2 > 0$)...

de sorte que la racine carrée a dans l'algorithme un nom et une opération différentes des autres; dans ce cas, on ne peut l'appeler plus ou moins ; je l'appellerai cependant plus de moins quand il devra être ajouté, et moins de moins quand il devra être retranché ».

C'est **Descartes** qui qualifie ces nombres d'« imaginaires ». Leur utilité fut reconnue puisqu'ils permettent de calculer des solutions réelles d'équations du troisième degré par application des formules de Cardan.

Leibniz écrit que : « La nature, mère des éternelles vérités, ou plutôt l'Esprit divin, est trop jaloux de sa merveilleuse diversité pour permettre que toutes choses soient condensées en un seul genre. C'est pourquoi il a trouvé un détour subtil et remarquable dans ce prodige de l'analyse, ce monstre du monde des idées, cette sorte d'amphibie entre l'être et le non-être que nous appelons racine imaginaire. »

En 1777, **Euler** propose d'utiliser i et $-i$ pour $\sqrt{-1}$ et $-\sqrt{-1}$. Cette notation fut reprise par **Gauss** et est maintenant universellement adoptée. L'écriture $\sqrt{-1}$ fut cependant utilisée jusqu'au début du XIX^e siècle, mais introduit des contradictions. C'est l'une des raisons pour lesquelles on interdit maintenant d'appliquer le symbole « radical » à un réel négatif.

Voici un exemple de contradiction : si l'on effectue le produit $\sqrt{-1} \times \sqrt{-1}$, on trouve -1 en appliquant la définition d'une racine carrée, et 1 en appliquant l'égalité $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$.

Une autre raison est que si, dans \mathbb{R} , on peut distinguer des réels positifs et des réels négatifs, et donc décréter – arbitrairement – que la racine carrée d'un réel positif A est le réel positif a tel que $a^2 = A$, il n'est plus possible de faire cette distinction dans \mathbb{C} .

Le point de vue d'Euler : « Toutes les expressions comme $\sqrt{-1}$, $\sqrt{-2}$ etc., sont par conséquent des nombres impossibles ou imaginaires, puisqu'ils représentent les racines carrées de quantités négatives ; de ces nombres, nous pouvons seulement affirmer qu'ils ne sont, ni zéro, ni supérieurs à zéro, ni inférieurs à lui, ce qui nécessairement les rend imaginaires ou impossibles. »

En 1831, **Gauss** donne leur nom aux nombres complexes, et fournit en même temps que **Wessel** et **Argand** l'interprétation géométrique

de ces nombres. Il replace l'invention des complexes dans le cadre des extensions successives (\mathbb{N} , puis \mathbb{Z} , puis \mathbb{Q} , puis \mathbb{R} ...) des ensembles numériques :

« Notre arithmétique générale, qui dépasse si largement la géométrie antique, est dans sa totalité la création de l'époque moderne.

Partie du concept de nombres entiers, elle a progressivement étendu son domaine. Aux nombres entiers sont venus s'ajouter les nombres fractionnaires, aux nombres rationnels les nombres irrationnels, aux nombres positifs les nombres négatifs, aux nombres réels les nombres imaginaires.

Cette progression s'est cependant toujours effectuée d'un pas craintif et hésitant. Les premiers algébristes appelaient encore fausses racines les racines négatives des équations (et elles le sont effectivement là où le problème auquel elles se réfèrent, est présenté de telle façon que la nature de la grandeur cherchée n'admet pas d'opposé).

Mais de même qu'on a peu de scrupules à accueillir les nombres fractionnaires au sein de l'arithmétique générale, alors qu'il existe une multitude de choses dénombrables pour lesquelles un nombre fractionnaire est dénué de sens, de même on ne devrait pas refuser aux nombres négatifs des droits identiques à ceux des nombres positifs, sous prétexte qu'une infinité de choses n'admettent pas d'opposés.

La réalité des nombres négatifs est amplement justifiée, puisqu'ils trouvent en mille autres occasions un support adéquat.

En vérité, depuis longtemps, un fait est désormais établi : seules les grandeurs imaginaires, qui s'opposent aux grandeurs réelles (grandeurs imaginaires jadis, et parfois encore aujourd'hui, appelées de façon maladroite impossibles) n'ont toujours pas acquis droit de cité; elles sont seulement tolérées ; elles ressemblent donc davantage à un jeu de signes vides de contenu réel, auxquels on refuse résolument un support imaginable, sans vouloir pour autant dédaigner le riche tribut que ce jeu de signes verse en fin de compte au trésor des relations entre grandeurs réelles.

(...) De même qu'on peut se représenter tout le domaine des quantités réelles au moyen d'une ligne droite indéfinie, de même on peut se représenter le domaine complet de toutes les quantités, les réelles et les imaginaires, au moyen d'un plan indéfini, où chaque point déterminé par son abscisse a et par son ordonnée b représente de même la quantité $a + bi$.

On conclura par le mot d'**Hadamard** selon lequel « le plus court chemin menant à un énoncé sur les réels passe bien souvent par les complexes. »

CHRONOLOGIE HISTORIQUE

Date	Nom	Pays	Contribution
1540	TARTAGLIA	Italie	Essai de résolution d'équations du troisième degré
1545	CARDAN	Italie	Formule de résolution (livre : <i>Ars Magna</i>)
1572	BOMBELLI	Italie	Utilisation de $\sqrt{-1}$ (livre : <i>Algebra</i>)
1637	DESCARTES	France	Définition des nombres imaginaires
1777	EULER	Suisse	Définition du nombre i
1797	WESSEL	Danemark	Correspondance entre nombre imaginaire et point du plan (<i>affixe</i>)
1806	ARGAND	Suisse	Définition du plan complexe
1815	CAUCHY	France	
1831	GAUSS	Allemagne	Définition d'un nombre complexe sous la forme $a + ib$, avec a et b réels
1850	HAMILTON	Irlande	Définition d'un nombre complexe comme couple de réels sur lequel on définit une somme et un produit

III) Historique de la résolution des équations du troisième et du quatrième degré

L'histoire de la découverte de la solution algébrique de la cubique met aux prises les deux grands rivaux italiens, Cardan et Tartaglia, dans une controverse animée et sordide qui souleva des difficultés d'interprétation et dont le dénouement est assez inattendu.

Le premier inventeur semble être un professeur de mathématiques de l'Université de Bologne, Scipione del Ferro qui résolut algébriquement l'équation cubique $x^3 + px = q$, avec p et q positifs.

Il résolut peut-être aussi $x^3 = px + q$ et $x^3 + q = px$.

Il faut rappeler qu'à l'époque, on répugne à utiliser les nombres négatifs et on différencie ainsi des types d'équations que nous considérons maintenant comme identiques. Il ne publie pas ses résultats, mais avant sa mort, il aurait révélé sa découverte à son élève, Antonio Maria Fior, un mathématicien de peu de talent.

Soit que des mathématiciens aient eu accès aux notes de del Ferro, léguées à son successeur, soit que Nicolò Tartaglia ait eu vent du secret révélé, ce dernier nous dit que la connaissance d'une possibilité de résoudre l'équation l'inspira à se consacrer à la recherche d'une méthode pour lui-même.

Toujours est-il que Tartaglia sut bientôt comment résoudre des équations cubiques.

La nouvelle se répandit rapidement et, croyant probablement à une fumisterie, Fior lança à Tartaglia, en 1535, un défi public prenant la forme d'un concours portant sur trente équations à résoudre.

Fior propose à Tartaglia trente équations du troisième degré du type $x^3 + px = q$. Les résolutions ne se font, à l'époque, qu'à tâtons. Dans la nuit juste avant la date limite, Tartaglia trouve la résolution générale de ce type d'équation et il résout les trente équations en quelques heures.

À la fin du temps écoulé, Tartaglia avait donc résolu toutes les équations proposées par Fior, alors que ce dernier n'avait pu en résoudre aucune de Tartaglia. L'explication est simple : Fior pouvait résoudre un seul type d'équations, soit $x^3 + px = q$, alors que Tartaglia pouvait résoudre au moins deux sortes d'équations, dont $x^3 + px^2 = q$, inconnue de Fior.

Cette victoire n'est d'ailleurs que pour l'honneur, puisqu'il renonce au prix : trente banquets successifs !

Dans l'espoir de gagner d'autres concours, Tartaglia ne dévoile pas sa formule.

C'est à partir de son arrivée à Milan, vers 1539, que Jérôme Cardan se passionne pour les équations de degré 3 et 4. Mis au courant du succès de Tartaglia, il le fait venir chez lui, promet de lui présenter un mécène qui résoudrait ses problèmes d'argent, et le persuade de lui révéler sa méthode, promettant de ne jamais la dévoiler et *a fortiori* la publier.

Tartaglia accepte de dévoiler son secret à Cardan. Ce dernier trouve alors la solution générale des équations du troisième degré et, apprenant que Scipione del Ferro a donné la solution avant Tartaglia, il dit se sentir délié de sa promesse et publie le résultat en 1545 dans *Ars magna* et s'en approprie la méthode.

Dès la parution de ce traité, Tartaglia protesta avec véhémence contre le plagiat de Cardan, mais Ludovico Ferrari, élève et secrétaire de Cardan, répliqua en accusant Tartaglia d'avoir plagié del Ferro, tout comme Cardan l'aurait fait.

Il s'ensuivit une dispute âprement menée. Dans la querelle qui s'ensuit, Tartaglia manque de perdre la vie.

Au moment où il publie *Ars magna sive de regulis algebraicis*, en 1545, Cardan est le meilleur algébriste de toute l'Europe.

Néanmoins, la lecture de son grand traité d'Algèbre est ennuyeuse pour celui qui l'aborde aujourd'hui.

L'équation cubique est étudiée, cas après cas, en détail, suivant que les termes de degrés divers apparaissent dans le même membre ou de part et d'autre de l'égalité, car les coefficients des puissances sont nécessairement positifs.

Bien qu'il traite les équations par des nombres, il pense géométriquement. Ainsi, il écrivait : « *Soit le cube et six fois le côté égal à 20* » pour l'équation $x^3 + 6x = 20$.

Puis il poursuit pour plusieurs types différents tels que « *cube égal à la chose et à un nombre* », etc.

En revanche, Cardan avait déjà rencontré une difficulté analogue lorsqu'il s'était posé le problème de diviser 10 en deux parties telles que le produit des parties soit 40.

Les règles usuelles de l'époque conduisaient aux résultats $5 + \sqrt{-15}$ et $5 - \sqrt{-15}$. Il traitait de « *sophistiquées* » ces racines de nombres négatifs et considérait que son résultat était « *aussi subtil qu'inutile* ». Mais c'est tout à l'honneur de ce savant italien controversé joueur invétéré par surcroît d'avoir porté une attention toute spéciale à ce résultat inattendu dans l'esprit du temps.

À propos des équations du quatrième degré, Cardan mentionne dans son *Ars magna*, que la solution de ces équations « *est due à Ludovico Ferrari qui l'inventa à ma requête* ». Encore une fois, cas par cas, vingt équations en tout sont traitées séparément.

En effet, Ferrari compléta les découvertes de Cardan par la résolution des équations biquadratiques (du quatrième degré) : le mathématicien Zuanne de Tonini da Coi propose en 1540 à Cardan de résoudre l'équation $x^4 + 6x^2 + 36 = 60x$.

Cardan n'y parvient pas et charge Ferrari de le faire. Celui-ci la ramène à une équation de degré 3 que l'on sait résoudre depuis peu. Une généralisation de cette méthode à toute équation de degré 4 est immédiate.

Ferrari ne laisse pas d'écrits, et cette résolution apparaît dans l'ouvrage *Ars magna* de Cardan, accompagnée d'une interprétation géométrique et avec la mention citée plus haut.

La résolution des équations cubiques et quartiques fut peut être la plus grande contribution à l'Algèbre depuis les Babyloniens qui, près de quatre mille ans auparavant, avaient appris à compléter le carré pour la résolution des équations quadratiques.

L'*Ars magna* de Cardan fut un stimulus extraordinaire pour tout le domaine des recherches algébriques.

En outre, la solution de la cubique amène les mathématiciens à porter leur attention sur de nouveaux nombres : nombres irrationnels, négatifs et imaginaires.

Chaque fois que les trois racines d'une équation cubique sont réelles et non nulles, la formule de Cardan conduit inévitablement à des racines carrées de nombres négatifs. Il restait à se pencher à fond sur l'étude du nombre imaginaire.

Enfin l'œuvre des savants italiens fut couronnée, en 1560, par *Algebra* de Bombelli. C'est dans ce traité qu'apparaît la première étude véritable des nombres imaginaires.

Bombelli traite de l'équation $x^3 = px + q$, dont il prouve qu'elle admet trois racines réelles lorsque le nombre $(q/2)^2 - (q/3)^3$ est strictement négatif.

Ici, la formule de Cardan donne $x = \sqrt[3]{2 + \sqrt{-121}} + \sqrt[3]{2 - \sqrt{-121}}$ et ne s'applique donc pas puisqu'elle fait intervenir la racine carrée d'un nombre strictement négatif.

Bombelli l'applique quand même, par exemple à l'équation $x^3 = 15x + 4$, en travaillant sur les nombres de la forme $a + b\sqrt{-1}$ avec les mêmes règles de calcul que pour les nombres réels ; il constate que $2 + \sqrt{-1}$ est une racine cubique de $2 + \sqrt{-121}$ et la formule de Cardan lui donne 4, qui est précisément une racine de l'équation, les autres étant obtenues à l'aide des trois racines cubiques de $2 + \sqrt{-121}$ (voir les calculs à la 1^{ère} page).

Cela le conduit à introduire de manière systématique les nombres complexes dont il donne explicitement les règles de calcul, et qu'il manipule sous la forme *più a, meno b, più di meno c, meno di meno d*, où a, b, c et d sont des nombres réels positifs. Nous écririons aujourd'hui $a, -b, +ic, -id$.

Il définit les règles suivantes :

<i>Più via più di meno fa più di meno</i>	$(+1) \times (+i) = +i$
<i>Meno via più di meno fa meno di meno</i>	$(-1) \times (+i) = -i$
<i>Più via meno di meno fa meno di meno</i>	$(+1) \times (-i) = -i$
<i>Meno via meno di meno fa più di meno</i>	$(-1) \times (-i) = +i$
<i>Più di meno via più di meno fa meno</i>	$(+i) \times (+i) = -1$
<i>Più di meno via meno di meno fa più</i>	$(+i) \times (-i) = +1$
<i>Meno di meno via più di meno fa più</i>	$(-i) \times (+i) = +1$
<i>Meno di meno via meno di meno fa meno</i>	$(-i) \times (-i) = -1$

Avec Bombelli, l'étude des équations algébriques et des nombres complexes sortent du domaine de l'amusement pour entrer dans le champ mathématique.

IV) Historique des principaux mathématiciens cités

Scipione DEL FERRO (1465 – 1526) est né à Bologne.

- Il enseigna les mathématiques durant toute sa carrière à l'université de Bologne.
- On lui doit les premières méthodes de résolution d'équations du troisième degré sans terme quadratique (c'est-à-dire avec le coefficient de x^2 nul).

Niccolò Fontana dit TARTAGLIA (1499 – 1557) est né à Brescia dans une famille très modeste.

- Il fut gravement blessé lors de la mise à sac de Brescia par les Français en 1512 : il se réfugia avec son père dans la cathédrale pour échapper aux envahisseurs, mais les soldats de Louis XII pénétrèrent dans le lieu sacré, massacrèrent son père, et Niccolò est laissé pour mort avec une fracture du crâne et un coup de sabre à travers la mâchoire. Sa mère le retrouve et lui sauve la vie.
- Cependant sa blessure lui laisse un défaut de parole qu'il conservera toute sa vie, ce qui lui vaut son surnom (*tartagliare* signifie bégayer en italien). Sa mère économise pour permettre à son fils de suivre l'école pendant quinze jours.
- Le jeune Niccolò vole alors des livres et des cahiers pour continuer à apprendre en autodidacte. Manquant de papier, il utilise les pierres tombales comme ardoise.
- Devenu adulte, il a acquis une solide formation scientifique et gagne sa vie en enseignant les mathématiques dans différentes villes d'Italie, entre autres Vérone, Venise et Brescia, et en participant à des concours.
- On dit de lui qu'il était dénué de scrupules et qu'il s'est approprié facilement le bien scientifique d'autrui, citant à l'occasion les vrais auteurs copiés selon son bon vouloir.
- En revanche, cet éclectisme avoué remet en circulation les idées des mécaniciens du XIII^e siècle ainsi que celles d'Archimède ; il se trouve ainsi à rendre un service considérable à la renaissance des idées scientifiques. Il mourut à Venise en 1557.
- Tartaglia fut un mathématicien talentueux qui s'illustra dans plusieurs branches des mathématiques en plus d'avoir été le premier à appliquer les mathématiques au domaine de l'artillerie.
- Il a écrit, entre autres ouvrages, un traité sur les opérations numériques à l'usage du commerce et, en 1543, des traductions d'Euclide et d'Archimède ; *Generale trattato di numeri e misure* (1556), dans lequel on trouve de l'arithmétique, de la géométrie pratique, de l'algèbre, une traduction italienne de *Sur la sphère et le cylindre* d'Archimède, un traité de la *Division des figures*, dans la tradition d'Héron et de Fibonacci.

Girolamo CARDANO (1501 – 1576) fut mathématicien, médecin, philosophe et astrologue.

- Il est né à Pavie. Son père, Facio Cardano, était juriste. Il fit ses études d'abord dans sa ville natale, puis à Padoue, où il devint docteur en médecine en 1526.
- Il commença à Milan une vie pauvre en pratiquant la médecine et en exerçant aussi ses dons comme professeur de mathématiques et comme astrologue.
- Admis en 1539 au Collège des médecins, il en devient rapidement le recteur et sa renommée dépasse bien vite l'Italie. En 1543, il devient professeur de médecine à l'université de Pavie.

- En 1552, il séjourna en Écosse près d'un an, au titre de médecin de l'archevêque de Saint-André et, dans son voyage de retour, il fit à Londres l'horoscope du roi Édouard VI, âgé de quinze ans. Il prédit à ce dernier, affaibli par une rougeole suivie de petite vérole, une durée de vie supérieure à la moyenne. Mais Édouard VI mourut de la tuberculose dans le courant de l'année...
- Quelques années plus tard, Cardan fut condamné par l'Église pour avoir établi l'horoscope de Jésus-Christ.
- De 1562 à 1570, il est professeur à Bologne où, accusé de magie et suspecté d'hérésie, il est emprisonné au mois d'octobre de l'an 1570, il est mis en prison. Il en ressort quelques mois plus tard mais perd le droit d'enseigner et de publier dans les États de l'Église.
- Il s'établit à Rome en 1571 et obtint du pape, pour ses talents de médecin, une pension dont il jouit jusqu'à sa mort. Quelques temps plus tard, son fils préféré épousa une femme de mauvaise vie et, excédé, il l'empoisonne. Le tribunal le condamne à mort et la sentence est exécutée ; Cardan ne s'en remet jamais.
- Il mourut en 1576. Il avait prédit que sa propre mort aura lieu trois jours avant de fêter ses soixante-quinze ans ; peu de temps avant la date fatidique, il cesse de s'alimenter et meurt le jour dit !
- Pour rendre la boussole insensible au mouvement des bateaux, il invente un mécanisme qui permet le déplacement angulaire dans toutes les directions de deux arbres dont les axes sont concourants. On l'appelle de nos jours le *cardan*.
- Son œuvre écrite touche à toutes les branches du savoir. On peut distinguer, pour les mathématiques, la *Practica arithmetica* (1539) et surtout *Ars magna* (1545), et un ouvrage scientifique *De subtilitate*. Dans ce dernier livre, Cardan traite longuement de la physique d'Aristote et brosse un tableau de douze personnages qui ont marqué le domaine scientifique, parmi lesquels Archimède, Ptolémée, Aristote, Euclide, Apollonius et Al-Huwarizmi.
- Cardan est aussi un précurseur du calcul des probabilités puisqu'il publie avant Pierre de Fermat et Blaise Pascal un ouvrage sur le sujet.

Ludovico FERRARI (1522 – 1560) est né à Bologne dans une famille modeste, et fut placé à quatorze ans au service du mathématicien Cardan.

- Reconnaissant ses talents, celui-ci en fait son secrétaire puis son élève et les deux hommes se lient d'amitié. Cependant le caractère épouvantable de Ludovico Ferrari et ses habitudes blasphématoires déclenchent des querelles épouvantables entre eux.
- L'élève préfère quitter son maître en 1540 et va enseigner à Milan pour son propre compte. Son enseignement est si talentueux qu'il est remarqué par le cardinal de Mantoue qui lui procure de quoi vivre décentement.
- Il devient professeur à l'université de Bologne mais il meurt peu après, sans doute empoisonné par sa sœur.

Rafaele BOMBELLI (1526 – 1573) est né à Bologne et fut un ingénieur de talent sur la vie duquel on ne sait rien de précis.

- En 1572, quelques années avant la mort de Cardan, il publia *Algebra, parte maggiore dell'aritmica, divisa in tre libri*, qui contribua grandement à la solution de l'équation cubique, puis quartique.
- Son apport principal consiste en une systématisation du calcul sur les nombres complexes. Il est mort à Bologne en 1573